Neuartiger Standsicherheitsnachweis für verflüssigungsgefährdete Kippen

Dr.-Ing. Thomas Meier, Prof. Dr.-Ing habil. Peter-Andreas von Wolffersdorff, BAUGRUND DRESDEN Ingenieurgesellschaft mbH Priv.-Doz. Dr.-Ing. Nandor Tamaskovics, TU Bergakademie Freiberg

Gegenwärtig erfolgen Standsicherheitsnachweise für infolge Grundwasserwiederanstiegs setzungsfließgefährdete Kippen der ehemaligen Lausitzer Braunkohlentagebaue mittels konventioneller Standsicherheitsberechnungen auf der Grundlage von Lamellenverfahren. Den zu Verflüssigung bzw. Setzungsfließen neigenden, wassergesättigten Kippenbereichen werden hierbei entweder sehr kleine sogenannte äquivalente Restscherfestigkeiten oder etwas größere dränierte Restscherfestigkeiten zugewiesen. Dieser konservative Ansatz führt zu einer dementsprechenden Bewertung hinsichtlich der Standsicherheit und folglich des Sanierungsbedarfes der rechnerisch so untersuchten Kippen.

Aus diesem Grund wurde von TAMASKOVICS ein Nachweisverfahren auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode (FEM) vorgeschlagen, dass durch BAUGRUND DRESDEN umfänglich geprüft und hinsichtlich der Praktikabilität weiterentwickelt wurde. Dieser Nachweis umfasst vier grundsätzliche Schritte:

- 1. Erstellung eines FE-Modells des zu untersuchenden Kippen- oder Geländebereichs zur Ermittlung des Spannungs-Verformungs-Zustandes basierend auf einem hypoplastischen Stoffmodell unter Berücksichtigung einer möglichst realitätsnahen Genese,
- 2. Ermittlung von theoretisch stabilen und instabilen, d.h. verflüssigungsgefährdeten Bereichen auf Grundlage eines hypoplastischen Stabilitätskriteriums,
- 3. Zuordnung der o. g. Festigkeitsparameter auf Grundlage der unter 2. ermittelten potentiell stabilen und instabilen Bereiche,
- 4. Standsicherheitsberechnung mittels φ -c-Reduktion (FEM) mit den unter 3. zugewiesenen Scherfestigkeiten.

Im Vergleich zum derzeitigen Stand der Praxis ermöglicht die Anwendung dieses Nachweisverfahrens eine mathematisch und physikalisch begründete Abgrenzung von verflüssigungsgefährdeten Bereichen.

Die Ermittlung der Standsicherheit mittels φ -c-Reduktion ist im Vergleich zu konventionellen Verfahren (Lamellenverfahren) oder mehreren starren Gleitkörpern (Blockgleiten, Starrkörpermechanismen) anerkanntermaßen als das realitätsnäher zu bewerten, weil dieses FE-Verfahren potentielle Versagensmechanismen im Ergebnis liefert, ohne dass es – wie bei konventionellen Verfahren – kinematische Annahmen vorgeben werden müssen. Es steht somit ein modernes, praxisgerechtes Verfahren zur Verfügung, das allerdings noch durch Anwendungsbeispiele zu validieren ist.

1 Einleitung

Gegenwärtig erfolgen Böschungs- bzw. Geländebruchnachweise für infolge Grundwasseranstiegs setzungsfließgefährdeter Kippen der ehemaligen Lausitzer Braunkohlentagebaue mittels konventioneller Berechnungen auf der Grundlage von Lamellenverfahren. Bei diesen Berechnungen wird von folgenden Annahmen ausgegangen:

- Für das Kippengelände oberhalb des Grundwasserspiegels wird trockenes Material angenommen.
- Unterhalb wird bei (weitgehend) voller Wassersättigung das Konzept der effektiven Spannungen zugrunde gelegt, d. h. die totalen Spannungen σ_{tot} setzen sich aus den effektiven Spannungen des

Kippenmaterials σ' und den Porenwasserdrücken $p_{\rm w}$ zusammen.

- Die Geometrie der Kippenböschung und die des Grundwasserhorizontes werden vorgegeben.
- Bei der Generierung der Spannungen im Boden bleibt die Belastungsgeschichte (Genese) unberücksichtigt, ebenso werden die Porenwasserdrücke in der Regel nicht aus vorab durchgeführten Durchströmungsberechnungen ermittelt sondern hydrostatisch angenommen.
- Im Rahmen von Böschungsbruchnachweisen werden die dränierten, effektiven Scherparameter φ'_{f} und c'_{f} der Kippenmaterialien angesetzt ($p_{w} = 0, \sigma_{tot} = \sigma'$).

Bezüglich der Scherparameter für Kippenmatertial unterhalb des Grundwasserspiegels gibt es zwei verschiedene Vorgehensweisen für Böschungsbruchnachweise:

- Entweder es werden *äquivalente* undränierte Restscherparameter $\varphi_{eq,r}$ und $c_{eq,r}$ aus speziellen undränierten Versuchen abgeleitet, die in den Berechnungen zusammen mit effektiven Spannungen und den vorhandenen Porenwasserdrücken angesetzt werden ($p_w \neq 0$, $\sigma_{tot} = \sigma' + p_w$). Porenwasserdruckänderungen Δu , die sich während des Versagensvorganges einstellen können, werden im Rahmen des Berechnungsmodells nicht angesetzt. Sie werden indirekt durch die sehr kleinen *äquivalenten* Restscherparameter $\varphi_{eq,r}$ und $c_{eq,r}$ berücksichtigt.
- Oder es werden dränierte Restscherparameter φ'_{r} und c'_{r} verwendet, die vorrangig anhand dränierter Kreisringscherversuche bestimmt werden. In den Berechnungen werden in diesem Fall reduzierte effektive Spannungen, die zur Berücksichtigung sich eventuell einstellender Porenwasserüberdrücke auf ca. 10% abgemindert werden sowie die vorhandenen Porenwasserdrücke angesetzt ($p_{w} \neq 0$, $\sigma_{tot,red} = \sigma'_{red} + p_{w}$).

Den gegebenenfalls zu Verflüssigung neigenden, wassergesättigten Kippenbereichen werden somit entweder die sehr kleinen *äquivalenten* Restscherfestigkeiten (z. B. $\varphi_{eq,r} = 3^{\circ}$ und $c_{eq,r} = 0$) bzw. die etwas größeren dränierten Restscherfestigkeiten (z. B. $\varphi'_{r} = 10^{\circ}$ und $c'_{r} = 5$ kN/m²) zugewiesen.

Dieser konservative Ansatz mit Restscherfestigkeiten in den möglicherweise setzungsfließgefährdeten Kippenbereichen führt zu entsprechend konservativen Bewertungen hinsichtlich der Standsicherheit bzw. des Sanierungsbedarfes der mittels der o. g. konventionellen Berechnungen untersuchten Kippenböschungen.

Aus diesem Grund wurde mit [8] das sogenannte "Duale Nachweisverfahren" auf Grundlage der Finite-Elemente-Methode (FEM) vorgeschlagen, umfänglich geprüft und hinsichtlich der Anwendbarkeit in der Praxis weiterentwickelt.

Im folgenden Abschnitt 2 wird zunächst kurz die Historie von Stabilitätsbetrachtungen im Rahmen von Standsicherheitsnachweisen (Böschungsbruch) aufgezeigt und in Abschnitt 3 wird das verwendete Stabilitätskriterium erläutert. In Abschnitt 4 wird dieses neue Nachweisverfahren beschrieben und schließlich in Abschnitt 5 anhand eines Beispiels demonstriert.

2 Stabilitätsbetrachtungen im Rahmen von Tragfähigkeitsnachweisen

Die in Tabelle 1 enthaltene Kurzhistorie zur Anwendung theoretischer Stabilitätskriterien für die Untersuchung von Kippen(böschungen) zeigt anschaulich die Weiterentwicklung der Untersuchungsmöglichkeiten vom ebenen Böschungsbruch-Problem mit ebener Gleitfläche bis hin zu allgemeinen 3-dimensionalen Betrachtungen.

Tabelle 1: Kurzhistorie – Stabilitätsbetrachtungen



- Bestimmung von σ · ἑ für alle Richtungen von ἑ (numerisch mit vereinfachten 2D-Annahmen, sehr langsam)
- Ermittlung des Minimums von W₂; Überprüfung, ob W₂ < 0 ist



- Ermittlung von stabilen oder instabilen Bereichen
- Verwendung einer analytischen Lösung für *W*₂ (extrem schnell)

Bei Stabilitätsbetrachtungen lautet die grundlegende und im Vergleich zum Stand der Technik neue Fragestellung, die für jeden Punkt des Berechnungsausschnitts zu beantworten ist:

Gibt es für den aktuellen Zustand (Spannung, Dichte und ggf. Deformationsgeschichte) des Korngerüsts im betrachteten Punkt einen Deformationspfad, für den das Produkt der Deformationsänderung $\dot{\epsilon}$ und der Spannungsänderung $\dot{\sigma}$ negativ ist?

Die Antwort "Ja" bedeutet, dass im betrachteten Punkt mehr Energie abgegeben werden kann, als zum Aufprägen der Deformationsänderung erforderlich ist. Damit kann es theoretisch zu einer Beschleunigung, d. h. zu einem punktuellen Stabilitätsversagen kommen.

Die Möglichkeit eines solchen punktuellen Stabilitätsverlustes mit $W_2 = \sigma \cdot \dot{\epsilon} < 0$ bedeutet jedoch nicht, dass ein gesamtes System, wie z. B. eine locker gelagerte, weitgehend wassergesättigte Kippenböschung instabil ist. Hierfür müssen folgende beiden Zusatzbedingungen erfüllt sein:

- <u>1. Zusatzbedingung:</u> Es muss mindestens ein zusammenhängendes potentiell instabiles Gebiet (Mengen benachbarter Punkte) geben.
- <u>2. Zusatzbedingung:</u> Die Deformationspfade, die jeweils $W_2 < 0$ führen, müssen im Sinne eines sich entwickelnden Versagensmechanismus kinematisch möglich sein.

Nur wenn beide Zusatzbedingungen ebenfalls erfüllt sind, kann hinreichend von einer Instabilität in dem betrachteten Gebiet ausgegangen werden.

Um das so definierte Stabilitätsversagen praktikabel anwenden zu können, sind Vereinfachungen notwendig. Wie aus Tabelle 1 hervorgeht, wurden deswegen zunächst gleitkörperbezogene Stabilitätsuntersuchungen vorgenommen. Solche Betrachtungen beschränken sich jedoch immer auf vorgegebene Versagensmechanismen analog den konventionellen Berechnungsmethoden (Lamellenverfahren oder zusammengesetzte Starrkörpermechanismen) und weisen somit auch die gleichen grundsätzlichen Defizite der konventionellen Berechnungsverfahren auf. Im Rahmen des Forschungsprogrammes zur Erstellung von [5] ist hierfür die Software STABIL für ebene und kreisförmige Gleitflächen erstellt worden, die allerdings in der Praxis nicht zur Anwendung gekommen ist.

Bei den hier vorgestellten Stabilitätsuntersuchungen wird auf die Erfüllung der beiden Zusatzbedingungen verzichtet. Es wird auf der sicheren Seite liegend, $W_2 < 0$, d. h. betrachteter Punkt ist <u>potentiell</u> instabil, unabhängig davon ausgewiesen, ob der dabei maßgebende Deformationsänderungspfad kinematisch möglich ist bzw. zu einem Versagensmechanismus führt. Somit ist ein Bereich, für den $W_2 < 0$ ist, nicht zwangsläufig mit einem instabilen Bereich gleichzusetzen. So ausgewiesene Bereiche können jedoch als Indiz für eine mögliche Instabilität angesehen werden, und es könnte sich von dort aus ein Systemversagen, d.h. ein Versagensmechanismus, entwickeln.

3 Hypoplastisches Stabilitätskriterium

Basierend auf dem hypoplastischen Stoffmodell für grobkörnige Materialen [3] ohne intergranulare Dehnung [4] leitete NIEMUNIS in [7] eine geschlossene analytische Lösung eines Stabilitätskriteriums her. Das notwendige Kriterium für Stabilitätsversagen in einer Dimension lautet $W_2 = \dot{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon}$, die verallgemeinerte tensorielle Schreibweise lautet

$$W_2 = \mathbf{\dot{T}}_s^T \mathbf{D} = \mathbf{D}^T \mathbf{\dot{T}}_s$$

mit der Bedingung $W_2 \le 0$. Nach Einsetzen der Spannungsrate $\mathring{\mathbf{T}}_{\epsilon}$ entsprechend der hypoplastischen Stoffgleichung [3] ergibt sich:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{\mathring{T}}_s = \mathbf{D}^T \hat{\mathbf{L}} \mathbf{D} - f_d \mathbf{D}^T \hat{\mathbf{N}} ||\mathbf{D}|| = 0$$

Die Lösung dieser nichtlinearen Differentialgleichung kann in Form eines Optimierungsproblems mit Nebenbedingungen mit Hilfe des Lagrange-Verfahrens für die 7 Unbekannten (6 tensorielle Komponenten und der Lagrange-Parameter λ) numerisch erfolgen. Eine solche numerische Ermittlung der Stabilitätsfläche $W_2 = 0$ beschreiben HERLE & KOLYMBAS [6].

Durch geschickte Koordinatentransformationen konnte NIEMUNIS [7] die Anzahl der Komponenten auf 2 reduzieren (\overline{L}_{11} , \overline{L}_{33} bzw. \overline{N}_1 , \overline{N}_3) und er erhielt die folgende geschlossene analytische Lösung:

$$\begin{split} \mathcal{W}_2(\Gamma_{5,3}c) = & \left[\bar{L}_{11}^{-\alpha} - f_d^{-3}\bar{N}_1^{-2}\right] \left[4\bar{L}_{33}(\bar{L}_{33} - \bar{L}_{11}) + f_d^{-3}\bar{N}_1^{-3}\right]^2 \\ & - f_d^{-\alpha}\bar{N}_3^{-3} \left\{16\bar{L}_{11}^{-4} - 32\bar{L}_{11}^{-4}\bar{L}_{35} - f_d^{-1}(3\bar{N}_1^{-3} - 3\bar{N}_1^{-3}\bar{N}_3^{-2} + \bar{N}_3^{-4}) \right. \\ & - 2\bar{L}_{11}\bar{L}_{33} \left[4\bar{L}_{33}^{-\alpha} + f_d^{-2}(19\bar{N}_1^{-2} - 4\bar{N}_3^{-\alpha}) - \bar{L}_{35}^{-2}f_d^{-2}(20\bar{N}_1^{-3} - \bar{N}_3^{-\alpha}) \right. \\ & - 4\bar{L}_{11}^{-2} \left[2\bar{L}_{33}^{-\alpha} + f_d^{-2}(2N_3^{-\alpha} - 3N_1^{-\alpha})\right] = 0 \end{split}$$

Diese Lösung wurde im Rahmen der hier vorgestellten Arbeit erstmalig programmiert. Es erfolgten Vergleichsberechnungen mit einem FORTRAN-Programm von HERLE basierend auf [6]. Abbildung 1 zeigt die Stabilitätsfläche in der Deviatorebene des Hauptspannungsraumes im Ergebnis der analytischen (BGD) und der numerischen Lösung nach HERLE & KOLYMBAS für ein Beispiel mit einem kritischen Reibungswinkel $\varphi_c = 30^\circ$ und einer kritischen Lagerungsdichte, d. h. für $f_d = 1,0$.



Abbildung 1: Darstellung der Stabilitätsgrenzen

Die Ergebnisse beider Berechnungen stimmen überein, womit die Richtigkeit der analytischen Lösung nachgewiesen ist.

Abbildung 2 zeigt das Stabilitäts- und Grenzzustandskriterium für den Fall einer überkritischen Lagerungsdichte ($f_d = 1,1$). Die Formen entsprechen sich und es ist zu erkennen, dass die Stabilitätsfläche innerhalb der Grenzzustandsfläche liegt, das heißt potentielles Stabilitätsversagen vor Erreichen des Grenzzustands auftritt.



Abbildung 2: Stabilitätskriterium und Grenzzustandskriterium

Die geschlossene Lösung für W_2 wurde anschließend in die hypoplastische Stoffmodell-Subroutine für FE-Analysen implementiert.

Die Größe von W_2 kann somit innerhalb eins jeden beliebigen Berechnungsschrittes einer FE-Analyse als Zustandsgröße zur Beurteilung eines potentiellen Stabilitätsversagens für jeden Spannungspunkt innerhalb eines Finite-Elemente-Modells sehr schnell ermittelt und grafisch dargestellt werden.

Das beschriebene Stabilitätskriterium hängt maßgeblich vom aktuellen Spannungszustand T_s , von der aktuellen Porenzahl *e* und vom kritischen Reibungswinkel φ_c ab. Die übrigen hypoplastischen Stoffparameter spielen eine untergeordnete Rolle.

4 Neuartiger Standsicherheitsnachweis

Der Nachweis umfasst die vier folgenden grundsätzlichen Schritte:

- Erstellung eines Finite-Elemente-Modells (FE-Modells) des zu untersuchenden verflüssigungsgefährdeten Kippenbereiches bzw. Geländebereiches und Ermittlung des Spannungs-Verformungs-Zustandes basierend auf dem hypoplastischen Stoffmodell unter Berücksichtigung einer möglichst realitätsnahen Belastungsgeschichte
- 2. Ermittlung von theoretisch stabilen und potentiell instabilen, d.h. ggf. verflüssigungsgefährdeten Bereichen auf Grundlage des hypoplastischen Stabilitätskriteriums (Abschnitt 3)
- 3. Ermittlung von *äquivalenten* (undränierten) Bruchund Restscherfestigkeiten unter den axialsymmetrischen Randbedingungen des undränierten Triaxialversuches anhand aller zuvor aus dem FE-Modell ausgelesenen Spannungszustände und Zuweisung dieser Scherfestigkeitsparameter zu jedem Spannungspunkt des FE-Modells

<u>oder</u>

Vorgabe und damit Eingabe dieser Scherfestigkeitsparameter basierend auf labortechnischen Untersuchungen und/oder Festlegungen des Böschungssachverständigen nach Bergrecht

 Standsicherheitsberechnung mit der Finite-Elemente-Methode mittels φ-c-Reduktion auf Grundlage der unter 3. ermittelten äquivalenten Bruch- und Restscherfestigkeiten

Im Vergleich zum oben beschriebenen derzeitigen Stand der Praxis ermöglicht die Anwendung dieses Nachweises eine realitätsnähere Standsicherheitsanalyse von potentiell verflüssigungsgefährdeten Bereichen, so dass vorhanden Sicherheitsreserven infolge zu konservativer Annahmen für die Scherfestigkeiten aufgezeigt werden können und somit weniger als bisher potentiell verflüssigungsgefährdete Bereiche ausgewiesen werden können.

Die unter 4. zur Anwendung kommende Ermittlung der Standsicherheit mittels *φ*-*c*-Reduktion ist im Vergleich zu den konventionellen Standsicherheitsverfahren mit einem Gleitkörper (Lamellenverfahren) oder mit mehreren starren Gleitkörpern (Blockgleiten, Starrkörpermechanismen) anerkanntermaßen viel realitätsnäher. Dieses FE-Verfahren liefert potentielle Versagensmechanismen ohne die bei konventionellen Verfahren notwendigen zusätzlichen kinematischen Annahmen bzw. Zwänge [9].

5 Berechnungsbeispiel

5.1 Aufgabenstellung

Abbildung 3 zeigt die Geometrie eines im Auftrag der LMBV bearbeiteten Berechnungsbeispiels zur Untersuchung einer Kippenböschung.



Abbildung 3: Berechnungsbeispiel nach Kessler, BUIG GmbH

Folgende Einflüsse auf die rechnerischen Ergebnisse hinsichtlich des W_2 -Kriteriums und dies resultierenden globalen Standsicherheiten wurden hiermit untersucht:

- Genese bzw. Deformationsgeschichte der Kippe: "wished in place" bzw. lagenweiser Aufbau
- Böschungsneigung: 10° bzw. 15°
- Stützkörper: ohne / groß / klein
- Lagerungsdichte Kippe unterhalb Grundwasserspiegel: überkritisch bzw. unterkritisch
- Grundwasserspiegel: teilweise geneigt bzw. horizontal
- Verfahren zur Bestimmung der (Rest-)Scherfestigkeiten: Vorgabe bzw. numerische Ermittlung auf Basis interner Elementtestberechnungen basierend auf dem hypoplastischen Stoffmodell

5.2 Ergebnisse

Abbildungen 4 bis 9 verdeutlichen, wie sich die in 5.2 genannten Einflüsse auf die Berechnungsergebnisse auswirken. Für die roten bis hellblauen Bereiche in den dargestellten W_2 -Verteilungen gilt $W_2 < 0$. Dies spiegelt sich in den φ_{eq} -Verteilungen wieder. In den blauen instabilen Bereichen wurden jeweils die geringen Restscherfestigkeiten zugewiesen. Den roten stabilen Bereichen über dem Grundwasserspiegel und den orangen stabilen Bereichen die unterhalb des Grundwassers wurden größere Scherfestigkeiten zugeordnet. In der jeweils untersten Darstellung sind die Bruchmechanismen infolge φ -c-Reduktion anhand der Scherdehnungsinvariante γ_{s} veranschaulicht. Die globalen Standsicherheiten sind ebenfalls gegeben.



Abbildung 4: Einfluss der Deformationsgeschichte



Abbildung 5: Einfluss der Böschungsneigung



Abbildung 6: Einfluss des Stützkörpers







Abbildung 8: Einfluss des Grundwasserspiegels



Abbildung 9: Vergleich der Berechnungen mit vorgegebenen bzw. mit numerisch bestimmten (Rest-) Scherfestigkeiten für die Phi-c-Reduktion

5.3 Folgerungen

Die gezeigten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Variationsberechnungen liefern hinsichtlich W₂-Verteilung, Bruchmechanismen und Standsicherheiten plausible Ergebnisse.
- Die Spannungs-Deformationsgeschichte des Untergrunds ist möglichst realitätsnah zu berücksichtigen (Schüttvorgänge, Aushub, Grundwasseranstieg).
- Anhand der berechneten Bruchmechanismen kann gefolgert werden, dass die sogenannten Stützkörper vor dem Böschungsfuß für die hier untersuchten Böschungsgeometrien und Untergrundverhältnisse keine Erhöhung der Standsicherheit bewirken.

Das neuartige Nachweisverfahren hat sich im Rahmen der hier durchgeführten numerischen Untersuchungen als praxistauglich hinsichtlich Modellierungsaufwand, Berechnungszeiten und Auswertung erwiesen.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Das hier vorgestellte neuartige 4-stufige Nachweisverfahren für Kippenböschungen eine wesentliche Optimierung des Stands der Technik dar, wonach der Kippenboden unterhalb des Grundwasserspiegels bislang grundsätzlich als potentiell instabil angenommen wird. Weiterhin ist die φ -*c*-Reduktion im Vergleich zu konventionellen Grenzgleichgewichtsbetrachtungen (Lamellenverfahren, Starrkörpermechanismen) bekanntermaßen als realitätsnäher zu bewerten [7], da mit dieser Methode wahrscheinliche Bruchmechanismen identifiziert werden und nicht Teil der Berechnungsannahmen sind.

Die Validierung des hier vorgestellten neuen Nachweisverfahrens auf Grundlage gut dokumentierter Fallstudien steht bislang noch aus. Weiterhin können mit der verwendeten Version des zugrundeliegenden hypoplastischen Stoffmodells keine Sackungen infolge Grundwasserwiederanstieg (Kollaps von Makroporen) und die damit einhergehenden Porenwasserüberdruckentwicklungen, die zu Verflüssigungserscheinungen führen können, rechnerisch abgebildet werden. Für Kippenböden bedeutet dies, dass Verflüssigungseffekte bei ebenem Gelände durch das Nachweisverfahren bislang nicht mit abgedeckt sind.

Eine Erweiterung des hypoplastischen Stoffmodells für Sackungsvorgänge in granularen Materialien infolge Grundwasserwiederanstiegs wird zurzeit von den Autoren entwickelt.

Literaturverzeichnis

[1] Raju, V. R. (1994). *Spontane Verflüssigung lockerer granularer Körper – Phänomene, Ursachen, Vermeidung*, Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik / Universität Karlsruhe, 1994, Heft 134

[2] Kudella, P. (1995). *Stabilitätsberechnung von setzungsfließgefähdeten Kippenrandböschungen*, Geotechnik 19 (1995) 1, S. 7-15

[3] v. Wolffersdorff, P.-A. (1996). *A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface*, Mechanics of Cohesive Frictional Materials, 1 (1996) 3, S. 251 – 171

[4] Niemunis, A.; Herle, I. (1997): *Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range*, Mechanics of Cohesive Frictional Materials, 2 (1997) 4, S. 279 – 299

[5] Beurteilung der Setzungsfließgefahr und Schutz von Kippen gegen Setzungsfließen ("Grüner Leitfaden"), LMBV (Hrsg.), Universität Karlsruhe (TH), TU Bergakademie Freiberg, Dez. 1998

[6] Herle, I. & Kolymbas, D. (2001): *Pressure- and density-dependent bifurcation of soils*. In: Bifurcation and Localisation Theory in Geomechanics, Mühlhaus, H.-B. et al (Hrsg.), Swets & Zeitlinger, Lisse, S. 53 – 58

[7] Niemunis, A. (2003). *Extended hypoplastic models for soils*. Schriftenreihe des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum, Heft 34

[8] Tamaskovics, N. (2014). Standsicherheitsuntersuchungen für verflüssigungsgefährdete Stand- orte nach der Theorie zweiter Ordnung mithilfe von φ -c-Reduktion. In: Beiträge zum 2. Kolloquium Bodenverflüssigung bei Kippen des Lausitzer Braunkohlebergbaus, W. Kudla (Hrsg.), Institut für Bergbau und Spezialtiefbau der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Heft 5, Juni 2014, S. 251-368

[9] *Grundbau-Taschenbuch, Teil 1: Geotechnische Grundlagen*, 8. Auflage, Witt, K. J. (Hrsg.), Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2017